

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

**УТВЕРЖДАЮ**  
Заведующий кафедрой  
Вычислительной математики и  
прикладных информационных технологий



Леденёва Т.М.  
23.03.2024 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**  
**Б1.О.21 Математическая логика и теория алгоритмов**

- 1. Код и наименование направления подготовки/специальности:**  
02.03.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии
- 2. Профиль подготовки/специализация:** Инженерия программного обеспечения
- 3. Квалификация выпускника:** бакалавр
- 4. Форма обучения:** очная
- 5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины:** кафедра вычислительной математики и прикладных информационных технологий (ВМиПИТ)
- 6. Составители программы:**  
Аристова Екатерина Михайловна, к.ф.-м.н., доцент кафедры ВМиПИТ
- 7. Рекомендована:**  
научно-методическим советом факультета ПММ 22.03.2024, протокол №5
- 8. Учебный год:** 2025/2026                      **Семестры:** 3
- 9. Цели и задачи учебной дисциплины:**

*Цель освоения учебной дисциплины:* изучение и практическое освоение основных разделов математической логики и теории алгоритмов – дисциплины, которая является базовой для формирования математической культуры современного специалиста в области информатики и информационных технологий.

*Задачи учебной дисциплины:* формирование терминологической базы; ознакомление с важнейшими разделами математической логики – основы правдоподобных рассуждений, и теории алгоритмов – основы для построения вычислительных методов различной природы и их реализации с помощью ЭВМ.

**10. Место учебной дисциплины в структуре ООП:** Дисциплина «Математическая логика и теория алгоритмов» входит в обязательную часть учебного плана и изучается в 3 семестре.

**11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями) и индикаторами их достижения:**

Код	Название компетенции	Код(ы)	Индикатор(ы)	Планируемые результаты обучения
ОПК-1	Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и/или естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.1	Решает типовые задачи с учетом основных понятий и общих закономерностей, сформулированных в рамках базовых дисциплин математики, информатики и естественных наук	Знать: основные понятия и общие закономерности, сформулированные в рамках базовых дисциплин математики, информатики и естественных наук  Уметь: применять системный подход для формализации решения прикладных задач
		ОПК-1.2	Применяет системный подход и математические методы для формализации решения прикладных задач	Владеть: умением применять фундаментальные знания в области математических и/или естественных наук
ОПК-3	Способен к разработке алгоритмических и программных решений в области системного и прикладного программирования, математических, информационных и имитационных моделей, созданию информационных ресурсов глобальных сетей, образовательного контента, прикладных баз данных, тестов и средств тестирования систем и средств на соответствие стандартам и исходным требованиям	ОПК-3.1	Владеет методами теории алгоритмов, методами системного и прикладного программирования, основными положениями и концепциями в области математических, информационных и имитационных моделей	Знать: теорию алгоритмов, программирование, математические, информационные и имитационные модели  Уметь: разрабатывать алгоритмические и программные решения в области системного и прикладного программирования  Владеть: методами теории алгоритмов, методами системного и прикладного программирования, основными положениями и концепциями в области математических, информационных и имитационных моделей

**12. Объем дисциплины в зачетных единицах/час (в соответствии с учебным планом) – 4/144.**

**Форма промежуточной аттестации:** экзамен.

**13. Трудоемкость по видам учебной работы:**

Вид учебной работы	Трудоемкость	
	Всего	По семестрам
		3 семестр
Контактная работа	64	64
в том числе:	лекции	32
	практические	32
Самостоятельная работа	44	44
Промежуточная аттестация	экзамен, 1 к/р	экзамен, 1 к/р
Итого	144	144

### 13.1 Содержание разделов дисциплины:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК
<b>1. Лекции</b>			
1.1	Понятие формального исчисления	Понятие формальной аксиоматической теории. Вывод и выводимая формула. Свойства логического вывода.	moodle (Математическая логика) edu.vsu.ru
1.2	Исчисление высказываний	Исчисление высказываний как формальная аксиоматическая теория (аксиоматизация, правило вывода modus ponens). Теорема дедукции. Проблемы исчисления высказываний (полнота, непротиворечивость, разрешимость, независимость). Понятие общезначимой формулы. Алгоритмы проверки общезначимости и противоречивости в исчислении высказываний (алгебраический метод, метод Квайна, метод редукции, метод Девиса – Патнема). Понятие резольвенты и резолютивного вывода. Метод резолюций. Метод резолюций для хорновских дизъюнктов.	moodle (Математическая логика) edu.vsu.ru
1.3	Исчисление предикатов	Понятие формулы логики предикатов (ФЛП). Общезначимость и выполнимость ФЛП. Кванторные предикаты и их свойства. Нормальная и префиксная нормальная формы. Сколемовская нормальная форма. Исчисление предикатов как формальная аксиоматическая система. Аксиоматика и правила вывода. Проблема разрешимости в логике предикатов. Теорема дедукции для исчисления предикатов. Непротиворечивость и полнота. Теорема Геделя о полноте. Понятие наиболее общего унификатора. Алгоритм унификации. Метод резолюций в исчислении предикатов.	moodle (Математическая логика и теория алгоритмов) edu.vsu.ru
1.4	Формализация понятия алгоритма. Некоторые классы алгоритмов	Понятие алгоритма и его характерные свойства. Формализация понятия алгоритма. Машина Тьюринга как модель вычислений. Нормальные алгоритмы Маркова. Алгоритмически разрешимые и неразрешимые проблемы. Классификация алгоритмов по сложности. Комбинаторные алгоритмы. Эвристические алгоритмы. «Жадный» алгоритм. Задача о составлении расписания. Конструирование некоторых алгоритмов теории графов на основе поисковых процедур.	moodle (Математическая логика и теория алгоритмов) edu.vsu.ru
<b>2. Практические занятия</b>			
2.1	Исчисление высказываний	Проверка выводимости (доказуемости) формул. Алгоритмы проверки общезначимости и противоречивости в исчислении высказываний (алгебраический метод, метод Квайна, метод редукции). Понятие резольвенты и резолютивного вывода. Метод резолюций. Метод согласия. Метод резолюций для хорновских дизъюнктов.	moodle (Математическая логика и теория алгоритмов) edu.vsu.ru
2.2	Исчисление предикатов	Использование предикатов для представления знаний. Определение типа кванторного предиката. Приведение предикатов к нормальной и префиксной нормальной форме. Сколемизация. Понятие наиболее общего унификатора. Алгоритм унификации. Метод резолюций в исчислении предикатов.	moodle (Математическая логика и теория алгоритмов) edu.vsu.ru
2.3	Формализация понятия алгоритма. Некоторые классы алгоритмов	Построение машин Тьюринга. Разработка простейших комбинаторных алгоритмов. Поисковые процедуры на графах. Конструирование некоторых алгоритмов теории графов на основе поисковых процедур.	moodle (Математическая логика и теория алгоритмов) edu.vsu.ru

### 13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Виды занятий (часов)				Всего
		Лекции	Практические занятия	Самостоятельная работа	Контроль	
1	Понятие формального исчисления	2	–	8	6	16
2	Исчисление высказываний	12	12	12	6	42
3	Исчисление предикатов	12	12	12	6	42
4	Формализация понятия алгоритма. Некоторые классы алгоритмов	6	8	12	18	44
Итого:		32	32	44	36	144

### 14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины:

Лекционные занятия (лекции) реализуются в традиционной форме в соответствии с календарным планом-графиком. Целесообразно лекции сопровождать практическими занятиями для лучшего понимания материала и формирования навыков и умений для решения задач, относящихся к различным разделам дисциплины.

При использовании дистанционных образовательных технологий и электронного обучения необходимо выполнять все указания преподавателей по работе на LMS-платформе, своевременно подключаться к online-занятиям, соблюдать рекомендации по организации самостоятельной работы.

### 15. Перечень основной и дополнительной литературы, интернет-ресурсов, необходимых для освоения дисциплины

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1	Зюзьков В. М. Введение в математическую логику : учебное пособие / В. М. Зюзьков. — 2-е изд., испр. — Санкт-Петербург : Лань, 2021. — 268 с. — Режим доступа: <a href="https://e.lanbook.com/book/107935">https://e.lanbook.com/book/107935</a> .
2	Матросов В.Л. Математическая логика: учебник для бакалавриата / В.Л. Матросов, М.С. Мирзоев. — Москва: Прометей, 2020. — 2028 с. — Режим доступа: <a href="https://e.lanbook.com/book/165998">https://e.lanbook.com/book/165998</a> .

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
3	Палий И. А. Дискретная математика и математическая логика : учебное пособие для вузов / И. А. Палий. — 3-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2020. — 370 с. — Режим доступа: <a href="https://urait.ru/bcode/447489">https://urait.ru/bcode/447489</a> .
4	Судоплатов С. В. Математическая логика и теория алгоритмов: учебник и практикум для вузов / С. В. Судоплатов, Е. В. Овчинникова. — 5-е изд., стер. — Москва : Издательство Юрайт, 2021. — 207 с. — Режим доступа: <a href="https://urait.ru/bcode/447321">https://urait.ru/bcode/447321</a> .
5	Игошин В.И. Математическая логика : учебное пособие / В.И. Игошин. — Москва : НИЦ ИНФРА-М, 2016. — 399 с.

в) информационные электронно-образовательные ресурсы:

№ п/п	Источник
6	<a href="http://www.lib.vsu.ru">www.lib.vsu.ru</a> – Зональная научная библиотека ВГУ
7	Леденева Т.М. Курс «Математическая логика» / Образовательный портал «Электронный университет ВГУ». — Режим доступа: <a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10640">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10640</a>

### 16 Перечень учебно-методического обеспечения

№ п/п	Источник
8	Аристова Е.М. Математическая логика: алгебра высказываний / Е.М. Аристова, Т.М. Леденева. — Воронеж: Издательский дом ВГУ, 2017. — 44 с.
9	Леденева Т.М. Формальные аксиоматические теории. Исчисление высказываний / Т.М. Леденева, Е.М. Аристова. — Воронеж : Издательский дом ВГУ, 2016. — 27 с.

10	Леденева Т.М. <i>Формальные аксиоматические теории. Исчисление предикатов / Т.М. Леденева. – Воронеж : Издательский дом ВГУ, 2020. – 36 с.</i>
----	--

**17. Образовательные технологии, используемые при реализации учебной дисциплины, включая дистанционные образовательные технологии, электронное обучение, смешанное обучение.**

Дисциплина реализуется с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий. Для организации занятий рекомендован онлайн-курс «Математическая логика и теория алгоритмов», размещенный на платформе Электронного университета ВГУ (LMS moodle), а также интернет-ресурсы, приведенные в п.15в.

**18. Материально-технического обеспечения дисциплины:**

Мебель и оборудование	Программное обеспечение
<b>Лекции</b>	
специализированная мебель, компьютер (ноутбук), мультимедийное оборудование (проектор, экран, средства звуковоспроизведения).	ОС Windows 8 (10), интернет-браузер (Яндекс.Браузер, Mozilla Firefox), ПО Adobe Reader, пакет стандартных офисных приложений для работы с документами (MS Office, МойОфис, LibreOffice).
<b>Практические занятия</b>	
специализированная мебель, компьютер (ноутбук), мультимедийное оборудование (проектор, экран, средства звуковоспроизведения).	ОС Windows 8 (10), интернет-браузер (Яндекс.Браузер, Mozilla Firefox), ПО Adobe Reader, пакет стандартных офисных приложений для работы с документами (MS Office, МойОфис, LibreOffice).

**19. Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестаций**

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины:

№	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
1	Понятие формального исчисления	ОПК-1 ОПК-3	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-3.1	–
2	Исчисление высказываний			Контрольная работа (домашняя)
3	Исчисление предикатов			
4	Формализация понятия алгоритма. Некоторые классы алгоритмов.			Индивидуальное задание
Промежуточная аттестация Форма контроля – зачет с оценкой				Перечень теоретических вопросов

**20. Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания**

**20.1 Текущий контроль успеваемости**

Контроль успеваемости по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств:

**Контрольная работа (вариант)**

1. Выводима ли в ИВ следующая формула  $X \rightarrow (Y \rightarrow (X \wedge Y))$ ?

2. Доказать  $\vdash A \rightarrow (B \rightarrow (A \wedge B))$ .

3. Доказать  $\neg A \vdash (A \rightarrow B)$ .

4. С помощью алгоритма Квайна и алгоритма редукции доказать тождественную истинность формулы  $(A \rightarrow B) \rightarrow ((A \rightarrow (B \rightarrow C)) \rightarrow (A \rightarrow C))$ .

5. Доказать, используя метод резолюций, что  $S$  является логическим следствием множества гипотез  $H$ , если

$$H = \{ \neg A \vee (B \rightarrow C), C \rightarrow (D \rightarrow E), (D \rightarrow E) \rightarrow F \},$$

$$S = A \rightarrow (\neg B \vee F).$$

6. Используя метод резолюций, докажите, что следующее множество формул противоречиво

$$S = \{ \neg A \vee B \vee D, \neg B \vee D \vee A, \neg D \vee A, A \vee B, B \vee \neg D, \neg A \vee \neg B \}.$$

7. Определить, унифицируемо ли множество

$$W = \{ F(u, F_1(x, y)) = x, F(y, z) = x, F(u, F_1(c, z)) = x \}.$$

В случае унифицируемости найти наиболее общий унификатор.

## 20.2 Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация в форме зачета осуществляется на основе оценки результатов контрольной работы, работы в классе и отчета о выполнении индивидуального задания.

### Критерии оценки:

Зачтено	Решено не менее 2/3 задач из контрольной работы и выполнено индивидуальное задание.
Не зачтено	Решено менее 2/3 задач из контрольной работы или индивидуальное задание не выполнено.

## 20.3. Фонд оценочных средств сформированности компетенций студентов, рекомендуемый для проведения диагностических работ

### Вопросы с вариантами ответов

1. Укажите знак соответствующий логической операции дизъюнкции:

- а)  $\neg$
- б)  $\wedge$
- в)  $\vee$
- д)  $\oplus$

Ответ: в)

2. Какой из классов является классом функций, сохраняющих 0?

- а)  $f(0, 0, \dots, 0) = 0$
- б)  $f(1, 1, \dots, 1) = 0$
- в)  $f(1, 1, \dots, 1) = 1$

Ответ: а)

3. Логический термин «конъюнкция» соответствует союзу:

- а) и
- б) или
- в) не
- г) если-то

Ответ: а)

4. Двойное отрицание логической переменной равно

- а) 0
- б) исходной переменной
- в) обратной переменной
- г) 1

Ответ: б)

5. Логическая операция, раскрывающая содержание понятия:

- а) определение
- б) обобщение
- в) ограничение
- г) деление

Ответ: а)

6. Выберите пропущенное: Множество A называется..., если оно бесконечное и его элемент можно пронумеровать.

- а) счетное
- б) пустое
- в) конечное
- г) нет правильного ответа

Ответ: г)

7. Логический термин «квантор существования» соответствует слову

- а) некоторые
- б) все
- в) существует
- г) каждый

Ответ: в)

8. Множество, не содержащее ни одного элемента, называется...

- а) пустое
- б) ограниченное
- в) конечное
- г) бесконечное

Ответ: а)

9. Высказывание – это...

- а) словесное изложение, разъяснение, подтверждение какой-либо мысли;
- б) повествовательное предложение, о котором можно сказать, истинно оно или ложно;

в) метод научного исследования явлений и процессов, в основе которого лежит изучение составных частей, элементов изучаемой системы.

Ответ: б)

10. Область определения булевой функции содержит следующие числа:

а) 0,1,2

б) 0,1

в) 1,2

Ответ: б)

11. Установите соответствие таблицы истинности и логического термина:

1. Конъюнкция

2. Сложение по модулю 2

3. Дизъюнкция

4. Эквиваленция

1.

A	B	Значение
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

2.

A	B	Значение
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

3.

A	B	Значение
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

4.

A	B	Значение
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Ответ: 1-3, 2-4, 3-1, 4-2

12. Определите истинность составного высказывания  $(a \rightarrow b) \leftrightarrow (\bar{b} \rightarrow \bar{a})$ :

а) истинно

б) ложно

в) не определено

Ответ: а)

13. Выразите дизъюнкцию  $A \vee B$  через импликацию и отрицание:

а)  $A \rightarrow \bar{B}$

б)  $\bar{A} \rightarrow B$

в)  $\overline{A \rightarrow B}$

Ответ: б)

$$\bar{A} \rightarrow B = \bar{\bar{A}} \vee B = A \vee B.$$

### Вопросы с кратким текстовым ответом

1. Какое множество истинности у невыполнимой функции?

Ответ: Пустое множество / Множество истинности не содержит элементов / Множество истинности пустое.

2. Могут ли быть при правильном рассуждении все посылки истинными, если заключение ложно?

Ответ: Нет, если все посылки истины, а заключение ложно, то формула ложна, т.к. импликация равна нулю только в единственном случае, если из 1 следует 0.

3. Если высказывания эквивалентны, существует ли между ними отношение следствия?

Ответ: Эквиваленция – это конъюнкция импликаций, потому да, существует.

4. В каком случае можно определить значение истинности высказывания  $A \wedge B$ ?

Ответ: Конъюнкция равна нулю, если хотя бы один из ее сомножителей равен 0, поэтому, если  $A$  или  $B$ , то и вся формула будет ложной.

5. Сколько дизъюнктов будет в СКНФ для КНФ следующего вида  $(x \vee \bar{y} \vee z) \wedge (x \vee y) \wedge z$ .

Ответ: Дополним скобки недостающими элементами, получим:

$$\begin{aligned} & (x \vee \bar{y} \vee z) \wedge (x \vee y) \wedge z = \\ & = (x \vee \bar{y} \vee z) \wedge (x \vee y \vee z) \wedge (x \vee y \vee \bar{z}) \wedge (x \vee y \vee z) \wedge (\bar{x} \vee y \vee z) \wedge (x \vee \bar{y} \vee z) \wedge (\bar{x} \vee \bar{y} \vee z) = \\ & = (x \vee \bar{y} \vee z) \wedge (x \vee y \vee z) \wedge (x \vee y \vee \bar{z}) \wedge (\bar{x} \vee y \vee z) \wedge (\bar{x} \vee \bar{y} \vee z). \end{aligned}$$

Получаем 5 скобок, следовательно, в СКНФ будет 5 дизъюнктов.

6. Опишите словами, как будет выглядеть высказывание: «Если  $A$  – четное число,  $B$  – нечетное число, то их произведение делится на 2».

Ответ:

Введем обозначения:

$A$  – четное число

$B$  – нечетное число

$C$  – число делится на 2

Тогда в символической форме получим:  $A \wedge B \rightarrow C$ .

$A$  в словесной – из конъюнкции посылок будет следовать заключение.

7. Найти значение  $X$ , определяемое уравнением  $\overline{X \vee A} \vee \overline{X \vee \bar{A}} = B$ .

Ответ:

Преобразуем выражение:

$$\overline{X \vee A} \vee \overline{X \vee \bar{A}} = B$$

$$\bar{X} \wedge \bar{A} \vee \bar{X} \wedge A = B$$

$$\bar{X} \wedge (\bar{A} \vee A) = B$$

$$\bar{X} = B$$

$$X = \bar{B}$$

Таким образом,  $X$  представляет собой отрицание  $B$ .

#### **Критерии и шкалы оценивания заданий ФОС:**

Для оценивания выполнения заданий используется балльная шкала:

1) закрытые задания (тестовые с вариантами ответов, средний уровень сложности):

- 1 балл – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ (полностью или частично неверный).

2) открытые задания (тестовые с кратким текстовым ответом, повышенный уровень сложности):

- 2 балла – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ (полностью или частично неверный).

**Задания раздела 20.3 рекомендуются к использованию при проведении диагностических работ с целью оценки остаточных результатов освоения данной дисциплины (знаний, умений, навыков).**